

# DM1 - Ordre 1 (4 heures)

Encadrer les résultats littéraux et les applications numériques (AN).

## Conseils généraux

- soignez la présentation : faites de beaux schémas, aérez votre copie, utilisez des couleurs
- soignez votre rédaction : vérifiez votre orthographe et soignez vos raisonnements
- la recherche personnelle est utile, si vous recopiez un travail non personnel, vous perdez votre temps
- un travail incomplet mais personnel est acceptable, un travail complet recopié ne l'est pas
- organisez et planifiez votre travail, je reste disponible par mail ou en fin de cours en cas de question

## I Chauffage d'une pièce

La chambre de Bob est séparée de l'extérieur par des murs en béton. La température extérieure supposée constante est notée  $T_0$  et on note  $T(t)$  la température de la chambre qui dépend donc du temps. La chambre présente des pertes thermiques modélisées par une puissance  $P_{th}$  et on chauffe la pièce avec un radiateur de puissance constante  $P = 2$  kW à partir de  $t = 0$  avec une condition initiale  $T(0) = T_0 = 15$  °C. L'étude thermodynamique (voir cours plus tard dans l'année) amène à l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{RC}T = \frac{P}{C}$$

avec  $R = 0,15$  SI la résistance thermique des murs (dont dépend  $P_{th}$ ) et  $C = 24000$  J.K<sup>-1</sup> la capacité thermique de la chambre, toutes deux sont des constantes.

1. Effectuer une analyse dimensionnelle de l'équation différentielle afin de déterminer l'unité dans le système international de la résistance thermique  $R$ .
2. Identifier une constante de temps  $\tau$  par analyse dimensionnelle. Exprimer  $T(t)$  par résolution de l'équation différentielle.
3. Tracer l'allure graphique de  $T(t)$  en faisant apparaître  $\tau$  et la valeur  $T_f$  de la température en régime permanent dont on précisera l'expression en fonction de  $P$  et  $R$ .
4. Dresser un tableau comportant la température  $T$  et la dérivée de la température  $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$  pour des instants  $t$ , avec  $t = 0, \tau, 3\tau, 5\tau$  et  $t \rightarrow \infty$ . On précisera les valeurs de  $T$  comme un pourcentage de  $T_f$ .
5. Représenter sur la courbe les tangentes à ces différents instants. À quel moment les variations de température sont les plus importantes ? Les plus faibles ?
6. Justifier physiquement l'apparition du régime permanent par un commentaire sur les puissances.
7. Sur quels paramètres peut-on jouer afin de chauffer la chambre plus rapidement ?
8. À l'aide de l'équation différentielle, donner l'expression de  $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$  en fonction de  $T$ ,  $\tau$  et  $T_f$ .
9. Tracer le diagramme de phase  $\dot{T} = f(T)$ . On y fera apparaître les valeurs particulières lorsque  $\dot{T} = 0$  et lorsque  $T = T_0$ . On précisera dans quel sens est parcouru ce diagramme. Commenter.
10. Déterminer la puissance  $P$  afin que la température finale soit de 19 °C.

Bon courage et bon travail ! ☺