

DM1 - Ordre 1 (4 heures)

Encadrer les résultats littéraux et les applications numériques (AN).

Conseils généraux

- soignez la présentation : faites de beaux schémas, aérez votre copie, utilisez des couleurs
- soignez votre rédaction : vérifiez votre orthographe et soignez vos raisonnements
- la recherche personnelle est utile, si vous recopiez un travail non personnel, vous perdez votre temps
- un travail incomplet mais personnel est acceptable, un travail complet recopié ne l'est pas
- organisez et planifiez votre travail, je reste disponible par mail ou en fin de cours en cas de question

I Chauffage d'une pièce

La chambre de Bob est séparée de l'extérieur par des murs en béton. La température extérieure supposée constante est notée T_0 et on note $T(t)$ la température de la chambre qui dépend donc du temps. La chambre présente des pertes thermiques modélisées par une puissance P_{th} et on chauffe la pièce avec un radiateur de puissance constante $P = 2 \text{ kW}$ à partir de $t = 0$ avec une condition initiale $T(0) = T_0 = 15 \text{ }^{\circ}\text{C}$. L'étude thermodynamique (voir cours plus tard dans l'année) amène à l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{RC}T = \frac{P}{C}$$

avec $R = 0,15 \text{ SI}$ la résistance thermique des murs (dont dépend P_{th}) et $C = 24000 \text{ J.K}^{-1}$ la capacité thermique de la chambre, toutes deux sont des constantes.

1. Effectuer une analyse dimensionnelle de l'équation différentielle afin de déterminer l'unité dans le système international de la résistance thermique R .
2. Identifier une constante de temps τ par analyse dimensionnelle. Exprimer $T(t)$ par résolution de l'équation différentielle.
3. Tracer l'allure graphique de $T(t)$ en faisant apparaître τ et la valeur T_f de la température en régime permanent dont on précisera l'expression en fonction de P et R .
4. Dresser un tableau comportant la température T et la dérivée de la température $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$ pour des instants t , avec $t = 0, \tau, 3\tau, 5\tau$ et $t \rightarrow \infty$. On précisera les valeurs de T comme un pourcentage de T_f .
5. Représenter sur la courbe les tangentes à ces différents instants. À quel moment les variations de température sont les plus importantes ? Les plus faibles ?
6. Justifier physiquement l'apparition du régime permanent par un commentaire sur les puissances.
7. Sur quels paramètres peut-on jouer afin de chauffer la chambre plus rapidement ?
8. À l'aide de l'équation différentielle, donner l'expression de $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$ en fonction de T , τ et T_f .
9. Tracer le diagramme de phase $\dot{T} = f(T)$. On y fera apparaître les valeurs particulières lorsque $\dot{T} = 0$ et lorsque $T = T_0$. On précisera dans quel sens est parcouru ce diagramme. Commenter.
10. Déterminer la puissance P afin que la température finale soit de $19 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Bon courage et bon travail ! ☺