

TEST02 - Optique

⚠ → Encadrer les résultats

- 1.** Établir l'expression de l'angle limite i_{1l} de réflexion totale dans le cas d'une interface eau/air. L'indice de l'eau est $n_e = 1,33$.
- 2.** Énoncer les conditions de Gauss.
- 3.** Donner la relation de conjugaison de Descartes.
- 4.** Tracer le chemin de rayons qui arrivent parallèles à l'axe optique à travers une lentille convergente.
- 5.** Démontrer la condition de projection :

$$D > 4f'$$

Corrigé

1. L'application de la relation de Descartes donne :

$$i_{1l} = \arcsin \left(\frac{\sin(\pi/2)}{n_e} \right)$$

une application numérique (non demandée) amène à :

$$i_{1l} = 48,8^\circ$$

2. Conditions de Gauss :

- système optique centré,
- rayons paraxiaux = proches de l'axe optique et peu inclinés.

3. Relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

4. Des rayons parallèles à l'axe optique convergent au foyer image principal, voir schéma du cours.

5. On part de la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

on pose $D = \overline{AA'}$ et on cherche une condition pour l'existence de l'image donc de la distance $\overline{OA'}$. On a :

$$\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = -\overline{OA} + \overline{OA'}$$

d'où :

$$\overline{OA} = \overline{OA'} - \overline{AA'}$$

ainsi :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA'} - \overline{AA'}} = \frac{1}{f'}$$

il vient :

$$\begin{aligned}\overline{OA'} - \overline{AA'} - \overline{OA'} &= \frac{\overline{OA'}(\overline{OA'} - \overline{AA'})}{f'} \\ -\overline{AA'} &= \frac{\overline{OA'}(\overline{OA'} - \overline{AA'})}{f'} \\ -D &= \frac{\overline{OA'}(\overline{OA'} - D)}{f'}\end{aligned}$$

pour alléger la notation, posons $\overline{OA'} = x'$:

$$-Df' = x'^2 - Dx'$$

on obtient une équation du second degré :

$$x'^2 - Dx' + Df' = 0$$

dont le discriminant est :

$$\Delta = D^2 - 4Df'$$

nous pouvons projeter l'image si A' existe, donc si OA' existe donc si le discriminant du polynôme est positif ou nul ainsi :

$$\Delta = D^2 - 4Df' \geq 0$$

finalement :

$$D \geq 4f'$$

il existe 2 positions pour l'image si $\Delta > 0$ et une unique position si $\Delta = 0$.