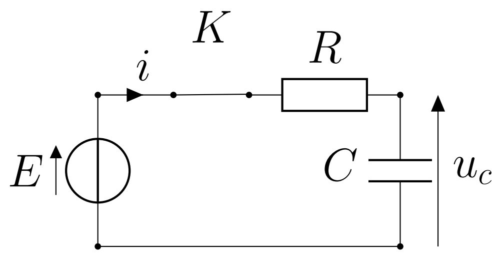
TEST07 - Électricité

⚠ ➔ Encadrer les résultats

---

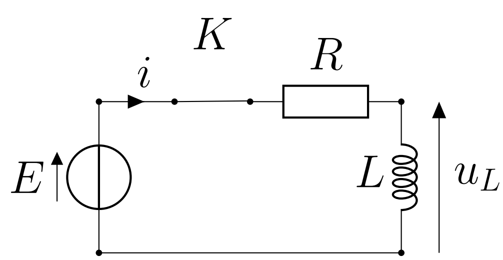
1. Soit le circuit suivant :



établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C sous forme canonique.

2. Le condensateur étant initialement déchargé, résoudre l'équation et donner $u_c(t)$, ainsi que son allure graphique.

3. Soit le circuit suivant :



établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_L sous forme canonique.

4. On ferme l'interrupteur à $t = 0$, résoudre l'équation et donner $u_L(t)$, ainsi que son allure graphique.

5. Donner l'expression de la constante de temps dans un circuit RC série.

Corrigé

1. La loi des mailles nous donne :

$$E = U_R + u_C,$$

soit :

$$E = Ri + u_C,$$

or : $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ donc :

$$E = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C,$$

sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau},$$

avec $\tau = RC$.

2. La solution est de la forme :

$$u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + u_{Cp},$$

avec $u_{Cp} = cste$ la solution du régime permanent. L'équation différentielle donne alors :

$$0 + \frac{1}{\tau}u_{Cp} = \frac{E}{\tau},$$

soit :

$$u_{Cp} = E.$$

Il vient :

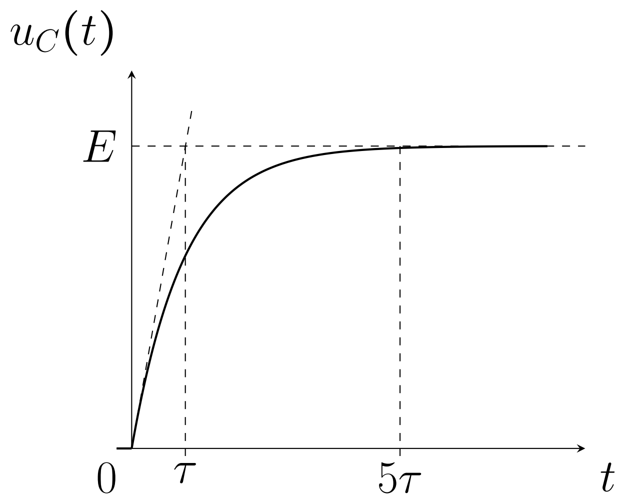
$$u_C(t) = Ae^{-t/\tau} + E.$$

Le condensateur est déchargé initialement, on a $u_C(0) = 0$. Soit :

$$u_C(0) = A + E = 0,$$

d'où : $A = -E$. Finalement :

$$u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right).$$



3. La loi des mailles nous donne :

$$E = u_R + u_L,$$

soit :

$$E = Ri + u_L,$$

en dérivant, il vient :

$$0 = R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}$$

sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_L = 0$$

avec $\tau = \frac{L}{R}$.

4. La solution est de la forme :

$$u_L(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec $\tau = \frac{L}{R}$. De plus à $t = 0$, par continuité du courant qui traverse une bobine, on a :

$$i(0) = 0$$

le circuit équivalent impose alors $u_R(0) = Ri(0) = 0$, il reste avec la loi des mailles à $t = 0$:

$$E = u_L(0)$$

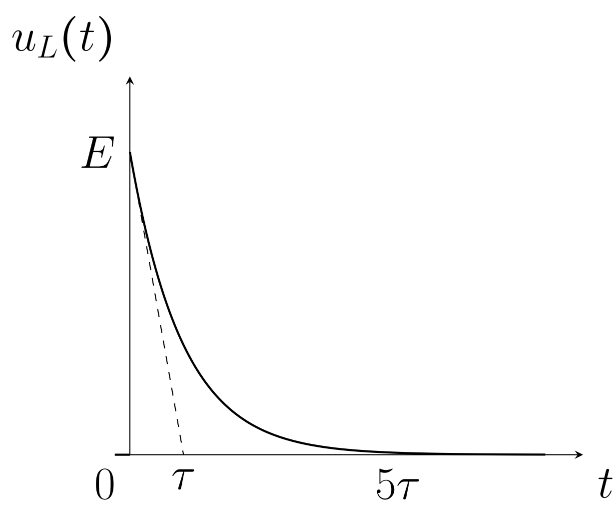
ainsi, en appliquant la condition initiale, il vient :

$$u_L(t) = A = E$$

donc finalement :

$$u_L(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

dont l'allure est la suivante :



on a bien en régime permanent, à la fin i qui est constant et donc $u_L \to 0$. De plus à la fin, on a donc :

$$E = u_R = Ri$$

donc la valeur du courant en régime permanent est :

$$i = \frac{E}{R}$$

5. $\tau = RC$.