TEST11 - Électricité

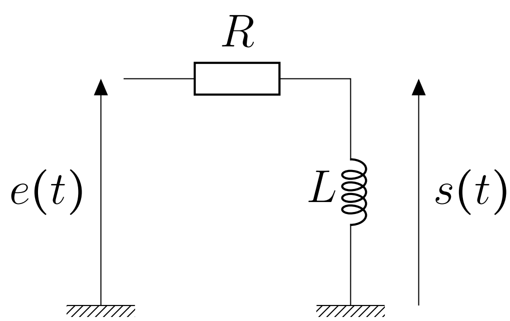
⚠ ➔ Encadrer les résultats

---

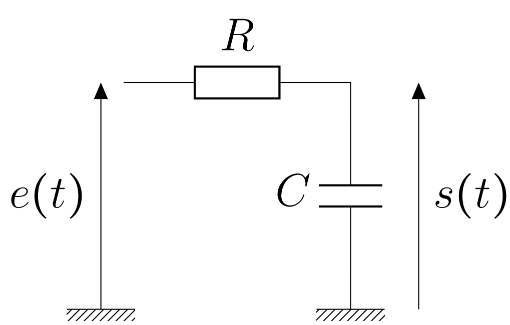
1. Soit un circuit RLC série soumis à une tension $e(t) = E\cos(\omega t)$. Établir l'expression de l'amplitude I du courant en fonction de E, ω, R, L et C.

2. Montrer alors que I admet un maximum pour une pulsation ω à préciser.

3. Établir la nature du filtre RL par schémas équivalents, puis établir sa fonction de transfert $\underline{H}$.



4. Établir la nature du filtre RC par schémas équivalents, puis établir sa fonction de transfert $\underline{H}$.



5. Retrouver la valeur de la pente dans la zone coupante.

Corrigé

1. On a :

$$\underline{e} = \underline{u_R} + \underline{u_L} + \underline{u_C}$$

soit :

$$\underline{e} = \left(\underline{Z_R} + \underline{Z_L} + \underline{Z_C}\right)\underline{i}$$

en remplaçant par les définitions :

$$\underline{e} = \left(R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}\right)\underline{i}$$

Or $1/j = -j$!

$$\underline{e} = \left(R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})\right)\underline{i}$$

On passe aux modules :

$$E = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}I$$

finalement :

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

2. On a montré que :

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

la structure de la fonction $I(\omega)$ montre qu'elle admet un maximum si :

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$$

soit pour :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

c'est-à-dire dans le circuit RLC série pour :

$$\omega = \omega_0$$

la pulsation de résonance pour l'intensité est donc égale à la pulsation propre du circuit.

Remarque : on peut aussi faire une étude de la fonction $I(\omega)$, dériver, et déterminer ω tel que la dérivée s'annule. On retrouve $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

$\boxed{\textbf{3.}}$ En BF, la bobine se comporte comme un fil, donc la tension de sortie est nulle. En HF, la bobine se comporte comme un interrupteur ouvert donc la tension aux bornes de la résistance est nulle et la tension aux bornes de la bobine vaut la tension d'entrée. Il s'agit donc d'un filtre passe-haut.

Par définition :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

la loi d'additivité des tensions ou un pont diviseur de tension et les lois d'Ohm généralisées nous amènent à :

$$\underline{s} = \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_R}\underline{e}$$

on obtient :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_R}$$

soit alors :

$$\underline{H} = \frac{jL\omega}{jL\omega + R}$$

finalement :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \frac{R}{jL\omega}}$$

4. En BF, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, donc la tension aux bornes de la résistance est nulle et la tension aux bornes du condensateur vaut la tension d'entrée. En HF, le condensateur se comporte comme un fil, donc la tension à ses bornes est nulle. Il s'agit donc d'un filtre passe-bas.

Par définition :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

Par un pont diviseur de tension, on a :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega}$$

soit encore :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

avec la pulsation de coupure à −3 dB, $\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$. Ce filtre est un filtre passe-bas. $\underline{s} = \underline{e}$, autrement dit ici $s(t) = e(t)$ car $|\underline{H}|$ tend vers 1 à basses fréquences et $|\underline{H}|$ tend vers 0, donc $|\underline{s}|$, donc $s(t)$ tend vers 0 à hautes fréquences.

5. La zone coupante est à hautes fréquences (filtre passe-bas). Donc on regarde lorsque $\omega \to \infty$. On a :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

soit :

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

si ω tend vers ∞, alors le terme en $RC\omega$ est très grand devant 1 (et d'autant plus le terme au carré), et $|\underline{H}|$ peut s'approximer à :

$$|\underline{H}| \approx \frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2}} = \frac{1}{RC\omega}$$

soit alors pour le gain en décibels :

$$G_{dB}(\omega) \approx -20\log\left(RC\omega\right)$$

On a alors :

$$G_{dB}(10\omega) = -20\log\left(RC \times 10\omega\right)$$

soit :

$$G_{dB}(10\omega) = -20\log\left(RC\omega\right) - 20\log(10)$$

donc :

$$G_{dB}(10\omega) = G_{dB}(\omega) - 20$$

On a donc, dans la zone coupante, une pente négative de -20 dB par décade.