TEST22 - Mécanique

⚠ ➔ Encadrer les résultats

---

1. Établir l'expression de l'énergie potentielle associée à la force conservative :

$$\overrightarrow{F} = -\mathcal{G}\frac{mM}{r^2}\ \overrightarrow{e_r}$$

2. Etablir l'expression de l'énergie potentielle associée à la force conservative :

$$\overrightarrow{F} = -k\left(\ell - \ell_0\right)\ \overrightarrow{e_x}$$

3. Donner la constante des aires.

4. Établir l'expression de l'énergie potentielle effective pour un objet de masse m soumis à la seule force d'attraction gravitationnelle.

5. Citer le nom d'une base forte et de trois acides forts, ainsi que leurs formules brutes.

Corrigé

1. La force est conservative, elle dérive donc d'une énergie potentielle. On a :

$$F = -\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}r}$$

(à une dimension si la force dépend de r ce qui est le cas ici). L'énergie potentielle est donc une primitive de cette force :

$$E_p = -\int F.\mathrm{d}r$$

soit :

$$E_p = -\int \left(-\mathcal{G}\frac{mM}{r^2}\right).\mathrm{d}r$$

$$E_p = -\mathcal{G}\frac{mM}{r} + cste$$

la constante est prise nulle, en supposant que l'interaction ressentie à l'infini tend vers 0, soit :

$$E_p = -\mathcal{G}\frac{mM}{r}$$

2. La force est conservative, elle dérive donc d'une énergie potentielle. L'énergie potentielle est donc une primitive de cette force :

$$E_p = -\int F.\mathrm{d}\ell$$

soit :

$$E_p = -\int \left(-k\left(\ell - \ell_0\right)\right).\mathrm{d}\ell$$

$$E_p = \frac{1}{2}k\left(\ell - \ell_0\right)^2 + cste$$

on choisit $E_p = 0$ pour $\ell = \ell_0$ (à vide) :

$$E_p = \frac{1}{2}k\left(\ell_0 - \ell_0\right)^2 + cste = 0$$

soit :

$$cste = 0$$

finalement :

$$E_p = \frac{1}{2}k\left(\ell - \ell_0\right)^2$$

3. Pour un mouvement à force centrale conservative, on a :

$$\mathcal{C} = r^2\dot{\theta} = cste$$

4. Dans ce cas, on a :

$$\overrightarrow{OM} = r\ \overrightarrow{e_r}$$

et :

$$\overrightarrow{v} = \dot{r}\ \overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\ \overrightarrow{e_\theta}$$

de plus la force d'attraction gravitationnelle, s'écrit :

$$\overrightarrow{F_G} = -\mathcal{G}\frac{mM}{r^2}\ \overrightarrow{e_r}$$

On a alors :

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \mathcal{G}\frac{mM}{r}$$

soit :

$$E_m = \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2\right) - \mathcal{G}\frac{mM}{r}$$

De plus :

$$\mathcal{C} = r^2\dot{\theta} = cste$$

soit :

$$\dot{\theta} = \frac{\mathcal{C}}{r^2}$$

il vient :

$$E_m = \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + \frac{\mathcal{C}^2}{r^2}\right) - \mathcal{G}\frac{mM}{r}$$

on identifie alors :

$$E_m = E_{c,radial} + E_{p,eff}$$

soit l'énergie potentielle effective :

$$E_{p,eff} = \frac{1}{2}m\frac{\mathcal{C}^2}{r^2} - \mathcal{G}\frac{mM}{r}$$

$\boxed{\textbf{5.}}$ La base forte à citer est la soude (solution aqueuse d'hydroxyde de sodium $Na^+ + HO^-$). Les trois acides forts à connaître sont : l'acide chlorhydrique $H^+ + Cl^-$, l'acide nitrique $H^+ + NO_3^-$ ainsi que la première acidité de l'acide sulfurique H_2SO4.