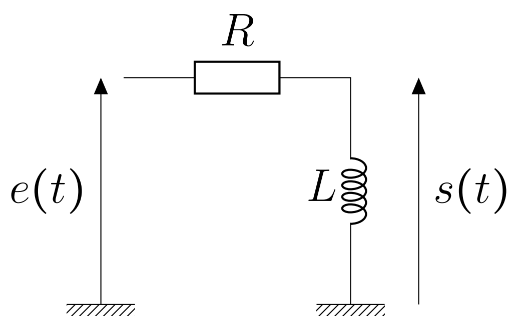
TEST30 - Révisions

⚠ ➔ Encadrer les résultats

---

1. Établir la nature du filtre RL par schémas équivalents, puis établir sa fonction de transfert $\underline{H}$.



2. Retrouver la valeur de la pente dans la zone coupante.

3. Établir la fonction de transfert du filtre RC cascade : $R-C//(R-C)$.

4. Etablir l'équation du mouvement (équation différentielle) vérifiée par l'angle θ pour un pendule simple par une approche énergétique.

5. Établir l'équation différentielle vérifiée par z pour le système masse-ressort vertical.

Corrigé

1. En BF, la bobine se comporte comme un fil, donc la tension de sortie est nulle. En HF, la bobine se comporte comme un interrupteur ouvert donc la tension aux bornes de la résistance est nulle et la tension aux bornes de la bobine vaut la tension d'entrée. Il s'agit donc d'un filtre passe-haut.

Par définition :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

la loi d'additivité des tensions ou un pont diviseur de tension et les lois d'Ohm généralisées nous amènent à :

$$\underline{s} = \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_R}\underline{e}$$

on obtient :

$$\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{Z}_L}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_R}$$

soit alors :

$$\underline{H} = \frac{jL\omega}{jL\omega + R}$$

finalement :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \frac{R}{jL\omega}}$$

2. La zone coupante est à hautes fréquences (filtre passe-bas). Donc on regarde lorsque $\omega \to \infty$. On a :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

soit :

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

si ω tend vers ∞, alors le terme en $RC\omega$ est très grand devant 1 (et d'autant plus le terme au carré), et $|\underline{H}|$ peut s'approximer à :

$$|\underline{H}| \approx \frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2}} = \frac{1}{RC\omega}$$

soit alors pour le gain en décibels :

$$G_{dB}(\omega) \approx -20\log(RC\omega)$$

On a alors :

$$G_{dB}(10\omega) = -20\log(RC \times 10\omega)$$

soit :

$$G_{dB}(10\omega) = -20\log(RC\omega) - 20\log(10)$$

donc :

$$G_{dB}(10\omega) = G_{dB}(\omega) - 20$$

On a donc, dans la zone coupante, une pente négative de -20 dB par décade.

3. Voir cours TD. On obtient :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + 3jRC\omega - (RC\omega)^2}$$

4. Par la conservation de l'énergie mécanique (qui n'est qu'une autre formulation du théorème de l'énergie cinétique) :

$$E_m = E_c + E_{pp} = cste$$

soit :

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg\ell(1 - \cos\theta) = cste$$

IMPORTANT : il faut savoir refaire le raisonnement permettant d'aboutir à l'expression de E_{pp} sur un schéma !

Avec en base polaire :

$$v = \ell\dot{\theta}$$

on a :
$$\frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2 + mg\ell\left(1-\cos\theta\right) = cste$$
Soit alors :
$$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = 0$$
<u>ATTENTION</u> : on dérive par rapport au temps t et non par rapport à θ, des termes $\ddot{\theta}$ et $\dot{\theta}$ apparaissent. Il s'agit de :

$$(u^n)' = nu'u^{n-1}$$

et :
$$(\cos u)' = -u'\sin u$$
on a alors :
$$m\ell^2\ddot{\theta}\dot{\theta} + mg\ell\dot{\theta}\sin\theta = 0$$
qui amène à nouveau à :
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0$$
<u>REMARQUE</u> : on peut utiliser le théorème de la puissance mécanique (sans forces Non Conservatives ici) :

$$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = P(\overrightarrow{F}_{NC}) = 0$$

ou le théorème de la puissance cinétique :

$$\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = P(\overrightarrow{F})$$

$\boxed{\textbf{5.}}$ Système : masse, référentiel terrestre supposé galiléen. Le principe fondamental de la dynamique appliquée à la masse nous donne :

$$m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{P} + \overrightarrow{F}$$

soit avec un axe Oz vertical descendant :

$$m\ddot{z} = mg - k(\ell - \ell_0)$$

avec z la position, soit la longueur du ressort ℓ :

$$m\ddot{z} = mg - k(z - \ell_0)$$

il vient :

$$\ddot{z} + \frac{k}{m}z = g + \frac{k\ell_0}{m}$$

d'après la question précédente, on a alors :

$$\ddot{z} + \frac{k}{m}z = \frac{k}{m}z_{eq}$$