TP 17

Joseph Millimono ; Yann Pfotzer ; Aloïs froment–amblard

21 janvier 2026

1 Théorie

1- Les limites de la valeur de e :
e le coefficient de restitution est compris entre 0 et 1

$$0 \leq e \leq 1$$

si $e = 0$: il n'y a pas de rébond
si $e = 1$ le rébond est parfait (aucune perte d'énergie)

Définition : $g = 9,81$ est l'accélération de la pésanteur
Unité : exprimé en m/s^2

2- On sait que
Vitesse atteinte avant impact :

$$v = \sqrt{2gh}$$

Après impact :

$$v_1 = e.v$$

Nouvelle hauteur :

$$h_1 = e^2.h$$

```python
def rebondir(e, h):
    return e**2 * h
```

3- Après n rébonds :

$$h_n = h_0.e^{2n}$$

```python
def hrebonds(e, h0, n):
    return h0 * e**(2*n)
```

4- test pour : $e = 0.9, h_0 = 1, n = 10$

```
print(hrebonds(0.9, 1, 0.5))
0.023058430092136966
```

5- Fonction nrebonds(e, h_0, h_1) qui renvoie le nombre de rébond jusqu'à atteinte de (h_1) la hauteur finale :

```
def nrebonds(e, h0, h1):
    n = 0
    h = h0
    while h > h1:
        h = e**(2)*h
        n += 1
    return n
```

6- test pour : $e = 0.9, h_0 = 1, h_1 = 0.5$

```
print(hrebonds(0.9, 1, 0.5))
0.9
```

7- Temps t_1 d'aller-retour en partant du sol avec une vitesse v_1 :
D'après le PFD :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$$

Il vient :

$$V = gt$$

Ainsi on obtient, en montée :

$$t_m = \frac{V}{g}$$

Lors de la descente :

$$t_d = \frac{V}{g}$$

Finalement :

$$t = t_m + t_d \ \Leftrightarrow \text{t} = 2\text{V}\frac{}{g}$$

8-Expréssion de t_n de l'aller-retour correspondant à v_n
Après chaque rébond :

$$v_n = e^n.v_0$$

Donc :

$$t_n = \frac{2v_n}{g}$$

9- Expréssion de t_n en fonction de e, n et t_0
Posons :

$$t_0 = \frac{2v_0}{g}$$

En remplaçant t_0 dans l'expresion de v_n, puis v_n dans t_n, on obtient :

10 - Pour cela :
On a établi à la question 9 que :

$$t_n = t_0 e^n$$

Finalement :

$$ln(t_n) = ln(t_0) + nln(e)$$

Pente : $ln(e)$

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Donnees experimentales
n = np.array([0, 1, 2, 3, 4, 5])
t = np.array([1.20, 1.05, 0.92, 0.81, 0.71, 0.62])  # en secondes

# Calcul du logarithme
ln_t = np.log(t)

# Ajustement lin aire : ln(tn) = a n + b
a, b = np.polyfit(n, ln_t, 1)

# Coefficient de restitution
e = np.exp(a)

# Trac
plt.figure()
plt.plot(n, ln_t, 'o', label="Donnees experimentales")
plt.plot(n, a*n + b, label="Ajustement lineaire")
plt.xlabel("n")
plt.ylabel("ln(tn)")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

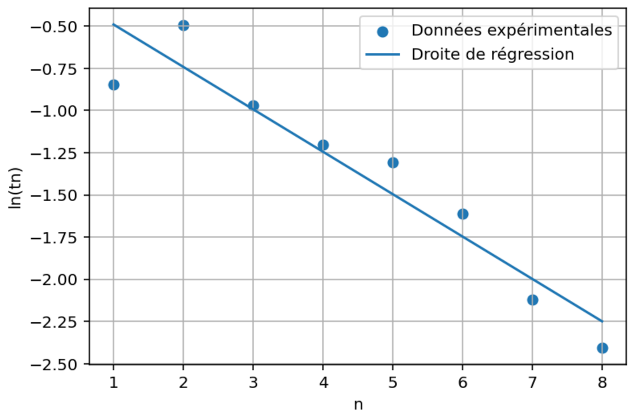

Figure 1:

Comme le montre la figure 1 la représentation de $\ln(t_n)$ en fonction de n est une droite. Cela permet de trouver e.

2 Mésures

1- Pour déterminer e, on a bésoin :
Une balle (ou un objet rebondissant)
Une surface rigide et horizontale
Une caméra (Smartphone) ou un chronomètre
Un ordinateur avec Python (pour le traitement des données)

On mésure le temps de vol pour plusieurs rebonds, au meilleurs des cas, le nombre de rebond.
On dresse un tableau afin d'y inscrire toutes nos mésures progréssivement.
Répeter l'expérience plusieurs fois pour éviter les erreurs de mésure, puis calculer la moyenne des temps.
On trace $ln(t_n)$ en fonction f(n)
2-

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import linregress
from math import log, exp

# Numero des rebonds
n = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8])

# Temps mesures (en secondes)
t = np.array([0.43, 0.61, 0.38, 0.30, 0.27, 0.20, 0.12,
```

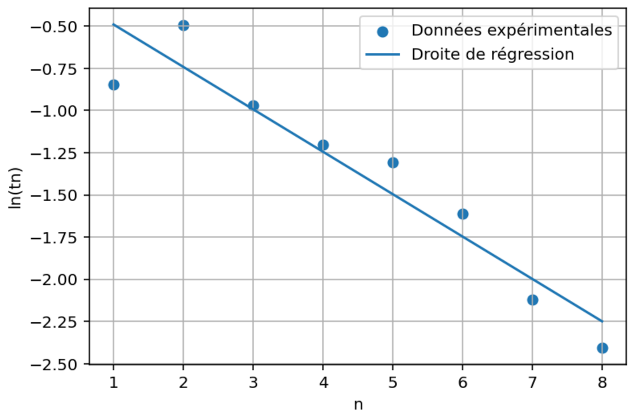

Figure 2:

```
    0.09])

# Passage au logarithme
ln_t = np.log(t)

# Regression lin aire : ln(tn) = a n + b
a, b, r, _, _ = linregress(n, ln_t)

# Coefficient de restitution
e = np.exp(a)

# Trace
plt.figure()
plt.scatter(n, ln_t, label="Donnees experimentales")
plt.plot(n, a*n + b, label="Droite de regression")
plt.xlabel("n")
plt.ylabel("ln(tn)")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

```
print("Coefficient de restitution e =", round(e, 3))
Coefficient de restitution e = 0.778
```

2- connaissant e, on peut déterminer le nombre de rebond observable.

```
print(nrebonds(0.778, 2, 0.5))
3
```

Analyse

11.

En utilisant le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = E_c(\vec{B}) - E_c(\vec{A}) = \sum \vec{W}_{AB}(\vec{F}_{ext})$$

donc :

$$E_c(\vec{B}) - E_c(\vec{A}) = W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{\ell}$$

Or $v_B^2 = 0$ donc on a :

$$\frac{-1}{2}mv_A^2 = \int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{\ell}$$

$$= -mg \int_A^B d\,z$$

$$\frac{-1}{2}mv_A^2 = -mgh_0$$

$$\frac{-1}{2}mv_A^2 = -gh_0$$

$$v_A^2 = 2gh_0$$

$$v_A = \sqrt{2gh_0}$$

Avec v_A la vitesse d'arrivé au sol v_0

$$v_0 = \sqrt{2gh_0}$$

On démontre $v_1 = ev_0$

e est le rapport entre la vitesse après le rebond et la vitesse avant

donc $e = \frac{v_1}{v_0}$

on a donc: $v_1 = ev_0$

On démontre $h1 = \frac{v_1^2}{2g}$

Au sommet du rebond la vitesse est nul

$$v = 0$$

Donc :

$$0 = v_1 - gt$$
$$t = \frac{v_1}{g}$$

et on a l'expression de la hauteur:

$$y = v_1 t - \frac{1}{2} g t^2$$

On remplace ce temps dans l'expression de la hauteur

On remplace $t = \frac{v_1}{g}$ on a donc :

$$h_1 = v_1 \frac{v_1}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_1}{g} \right)^2$$

Donc :

$$h_1 = \frac{v_1^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g}$$
$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g}$$

12.

Pour vérifier la valeur de e on peut utiliser la relation $h_1 = eh_0$ qui en généralisant donne $h_{n+1} = eh_n$.

En mesurant les hauteurs des différents rebonds on peut ainsi calculer le rapport $e = \sqrt{\frac{h_{n+1}}{h_n}}$.

En le calculant plusieurs fois, on peut faire une moyenne de toutes les valeurs trouvées et ainsi trouver une valeur de e.